４．考察

1. 同期の原理

実験結果（３）Ｘ―Ｙ動作で観察できたリサージュ図形のできる理由を考えてみる。Ｘ軸（ＣＨ１）、Ｙ軸（ＣＨ２）端子に

Ｘ＝ａsin（ω1ｔ+Δφ1）

Ｙ＝ａsin（ω2ｔ+Δφ2）　…①

と言う波を入力した時のことを考える。

1. ω1：ω2＝１：１の時

　　Δφ＝Δφ1－Δφ2とすると、①の２式は、

　　 Ｘ＝ａsinωｔ　…②

　　 Ｙ＝ａsin（ωｔ+Δφ）　…③

　　　となり、②を③に代入すると、

　　　　 Ｙ＝ｂ［（Ｘ／ａ）cosΔφ+√｛１－（Ｘ／ａ）2｝］　…④

* Δφ＝０の時

　　CosΔφ＝１、sinΔφ＝０を④に代入して、

　　 Ｙ＝（ｂ／ａ）Ｘ　…⑤

　　ａ＞０、ｂ＞０より、⑤は右上がりの直線になる。

* Δφ＝π／４の時

　　CosΔφ＝sinΔφ＝１／√２を代入して、

　　 Ｙ＝ｂ［√｛１－（Ｘ／ａ）2｝－Ｘ／ａ］　…⑥

　　ａ＞０、ｂ＞０より、⑥は右上がりの直線と楕円を合成した形になる。

* Δφ＝π／２の時

　　SinΔφ＝１、cosΔφ＝０を④に代入して、

　　 Ｙ＝ｂ√｛１－（Ｘ／ａ）2｝

　　 ∴Ｘ2／ａ2＋Ｙ2／ｂ2＝１　…⑦

　　　　　従って、⑦は楕円になる。また、Ｘ、Ｙの振幅、ａ、ｂがａ＝ｂである時は⑦は円になる。

* Δφ＝３π／４の時

　　SinΔφ＝１／√２、cosΔφ＝－１／√２を④に代入して、

　　 Ｙ＝b／√２［√｛１－（Ｘ／ａ）2｝－Ｘ／ａ］　…⑧

　　従って、⑧は右下がりの直線と楕円をした形になる。

* Δφ＝πの時

　　SinΔφ＝０、cosΔφ＝－１を④に代入して、

　　 Ｙ＝－（ｂ／ａ）Ｘ　…⑨

　　従って、⑨は右下がりの直線となる。

1. ω1：ω2が整数倍の時

Δφ＝Δφ1－Δφ2とすると、①の２式は、

Ｘ＝ａsinω1ｔ　…②

Ｙ＝ｂsin（ω2ｔ＋Δφ）　…③

　　　となる。

　　　ω1：ω2＝ｍ：ｎ（n、ｍは整数）とすると、

　　　　ω1＝ｍω

　　　　ω2＝ｎω

　　　とおける。即ち、②、③は、

　　　　Ｘ＝ａsin（ｍωｔ）　…②’

　　　　Ｙ＝ｂsin（ｎωｔ）　…③’

　　　と書ける。ここで、便宜上Δφ＝０として、話を進めることにする。

　　ここで、ｔ＝ｔ’の時のリサージュ図形上の点の位置を（Ｘ（ｔ’）、Ｙ（ｔ’））、ｔ＝ｔ’’＝ｔ’＋ＬＴ（Ｌ∈Ｎ、Ｔ＝２π／ω）の時のリサージュ図形上の点の位置を（Ｘ（ｔ’’）、Ｙ（ｔ’’））とすると、

　　　　Ｘ（ｔ’）＝ａsin（ｍωｔ’）

　　　　Ｙ（ｔ’）＝ｂsin（ｎωｔ’）

　　　　Ｘ（ｔ’’）＝ａsin（ｍωｔ’’）

　　　　　　　　 ＝ａsin｛ｍω（ｔ’＋ＬＴ）｝

　　　　　　　　 ＝ａsin（ｍωｔ’＋２πｍＬ）

　　　　　　　　 ＝ａsin（ｍωｔ’）

　　　　Ｙ（ｔ’’）＝ｂsin（ｎωｔ’’）

　　　　　　　　 ＝ｂsin｛ｎω（ｔ’＋ＬＴ）｝

　　　　　　　　 ＝ｂsin（ｎωｔ’＋２πｎL）

　　　　　　　　 ＝ｂsin（ｎωｔ’）

　　　　∴Ｘ（ｔ’）＝Ｘ（ｔ’’）、Ｙ（ｔ’）＝Ｙ（ｔ’’）

　　　　　即ち、（Ｘ（ｔ’）、Ｙ（ｔ’））＝（Ｘ（ｔ’’）、Ｙ（ｔ’’））

　　　この図形はリサージュ図形上の任意の転（Ｘ、Ｙ）について成立する為、出来上がる図形は静止して見える。

1. 音速の測定について

実験結果（５）で算出した音速は３４４．７９８６ｍ／ｓであった。

ここで、理論値を算出する。

　　　（音速の理論値）＝３３１．５＋０．６＊２０

　　　　　　　　＝３４３．５ｍ／ｓ

　　　 また、相対誤差は、

　　　（３４４．７９８６－３４３．５）／３４３．５＝０．００３７８０

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　＝０．００３７８

　　　 と、かなり小さい事が分かった。誤差をもっと小さくするには、気温の測定と波長の測定をもっと厳密に行う必要があるだろうと考えられる。

1. ＡＣ結合とＤＣ結合について

実験結果（２）において、ＤＣ　ＯＦＦ　ＳＥＴつまみを回した時、ＡＣ結合の時は正弦波カーブは平行移動しなかったが、ＤＣ結合の時はした点について考えてみる。

ＤＣ　ＯＦＦ　ＳＥＴつまみを回すと、垂直方向（Ｙ軸方向）に直流電圧がかかる。ここで、ＡＣ結合は交流結合でＤＣ結合は直流結合である。従って、ＡＣ結合では電気信号の直流部分は無視される為にＤＣ　ＯＦＦ　ＳＥＴつまみを直流電圧を加えても、正弦波カーブが平行移動しなかったと考える事ができる。ちなみに、ＤＣ結合は直流結合であるので、ＤＣ　ＯＦＦ　ＳＥＴつまみを回して直流電圧を加えると、その影響がストレートに正弦波カーブの平行移動という形で出て来るのである。

1. オッシロスコープの原理

オッシロスコープは陰極線を蛍光面に衝突させる事によって、高速に変化する電気信号を可視化する機器である。

フィラメントにより、カソードが熱せられると、熱電子が放出される。カソードに対して正の電圧がかかっているプレートはその熱電子を加速する。各プレートには小さな穴が空いている為、熱電子はその穴を通過し、細いビーム状になってブラウン管内を進行する。つまり、これらのプレートは電子のビームに対して、レンズの役割をしているのである。また、電子のｅ／ｍは極めて大きな値を取る為、熱電子は比較的小さな外部の電気信号にも敏速に反応し、運動状態を変えることができる。従って、周期的な電気信号によって、陰極線の方向は変化することができる為、高速に変化する電気信号でも、蛍光面に陰極線が衝突すれば、可視化できるのである。

また、水平電極からは任意の外部信号を取り込む事ができる。垂直電極と、水平電極の一方の周波数が既知であれば、できるリサージュ図形を分析して、もう一方の周波数を決定する事ができる。また、両方の周波数が等しければ、リサージュ図形を解析して、位相差を算出する事もできる。